

Gegeben ist die Funktion $f: x \rightarrow x^3 - 3x^2, x \in \mathbf{R}$.

(1) Ermitteln Sie die Nullstellen von f .

$$f(x) = x^3 - 3x^2 = x^2(x-3) \quad x^2 \text{ ausklammern und } f(x) = 0 \text{ setzen}$$
$$0 = x^2(x-3) \Leftrightarrow x_{01} = 0 \vee x_{02} = 3$$

(2) Bestimmen sie die erste Ableitung von f und skizzieren Sie den Graphen von f' aufgrund der Nullstellen von f' !

$$f'(x) = 3x^2 - 6x \quad x \text{ ausklammern und } f' = 0 \text{ setzen}$$
$$0 = x(3x - 6) \Leftrightarrow x_{E1} = 0 \vee x_{E2} = 2$$

Skizze: Es handelt sich um eine nach oben geöffnete, verschobene und gestreckte Parabel, deren Scheitelpunkt zwischen 0 und 2 im 4. Quadranten liegt.

(3) Bestimmen Sie die zweite Ableitung von f und geben Sie Art und Lage etwaiger Extrema der Funktion f an!

$$f''(x) = 6x - 6$$

Für die Extremstellen gilt $f'(x) = 0$. Die Extremstellen sind unter (2) angegeben.

Für einen Hochpunkt gilt: ($f'(x)$ hat an der Stelle x_E einen Vorzeichenwechsel von + nach - <) oder ($f''(x) < 0$);

für ein Tiefpunkt gilt: ($f'(x)$ hat einen Vorzeichenwechsel von - nach +) oder ($f''(x) > 0$).

(4) Skizzieren Sie in das unter (2) angelegte Koordinatensystem den Graphen von f !

Siehe Arbeitsblatt.