M11 Ableitungen

18.10.2005 / pl

1. Bestimme die Ableitungsfunktion zu f(x) = $\frac{1}{x}$ als Grenzwert der Differenzenquotientenfunktion.

Lösung:

Diffquotienten aufstellen und vereinfachen: $m_s = \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h} = \frac{\frac{-h}{x(x+h)}}{h} = \frac{-1}{x(x+h)}$

Grenzwert bestimmen: $\lim\limits_{h \to 0} \frac{-1}{x(x+h)} = -\frac{1}{x^2}$ =f'(x)

2. Skizziere die Graphen von f(x) und f'(x) in den Intervallen I_1=[-2,5;-0,5] und I_2=[0,25;2,5] ; Inkrement 0,5.

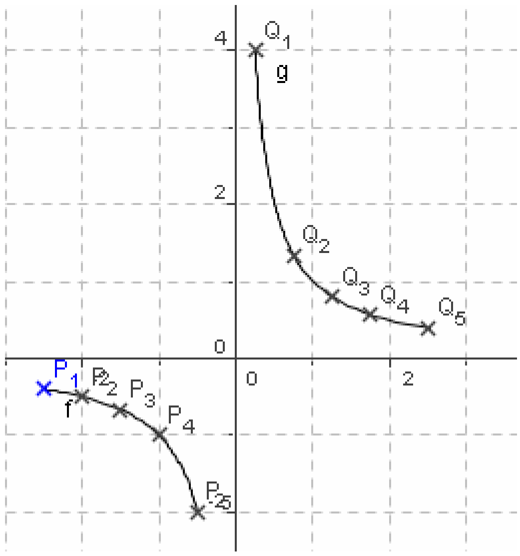
Lösung:

I_1

x	**f(x)**
-2,5	-0,4
-2	-0,5
-1,5	-0,7
-1	-1,0
-0,5	-2,0

I_2

x	**f(x)**
0,25	4,0
0,75	1,3
1,25	0,8
1,75	0,6
2,25	0,4



3. Ermittle die Gleichungen der Tangente und ihrer Normalen im Punkt P(x_0/f(x_0)) an den Graphen von f(x) = $3x^2$ - 2x +1 für x_0 = 0.

Lösung:

Koordinaten für P_o bestimmen:	$y_o = f(0) = 3\cdot 0^2 - 2\cdot 0 + 1 = 1 \rightarrow P_o(0/1)$
1. Ableitung:	f'(x) = 6x-2
Steigung der Tangente:	m_t = f'(0) = -2
Steigung der Normalen:	$m_N = -1/m_t = 1/2$
Gleichung der Tangente (PuSteiFo):	**t(x)** = f'(x_o)(x-x_o)+y_o = -2(x-0)+1 = **2x+1**
Gleichung der Normalen (PuSteiFo):	**n(x)** = 0,5(x-0)+1 = **0,5x+1**

4. Zeige: Die Tangenten an das Schaubild von f: $x \rightarrow x^2$ in den Punkten B_1(1/1) und B_2($\frac{-1}{4}$ / $\frac{1}{16}$) sind orthogonal.

Lösung:

Die Tangenten sind orthogonal, wenn die Steigung $m_{t2} = -1/m_{t1}$ ist.
m_{t1} = f'(1) = 2·1 = 2 und m_{t2} = f'(-1/4) = -1/2. Außerdem ist $-1/m_{t1}$ =-1/2. Die Tangenten sind orthogonal.